

第四章 碰撞

重點內容

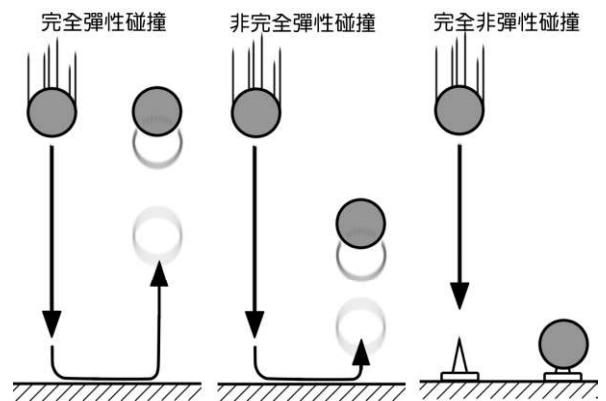
4-1 碰撞與動量守恆



(一)碰撞的種類：

A、物體由高度 H 處自由落下時，若不計空氣阻力的影響，則：

- (1)若物體與地面碰撞後，可反彈至原來 H 的高度，表示物體與地面的碰撞過程無能量損失，則稱此種碰撞方式為『完全彈性碰撞』。
- (2)若物體與地面碰撞的過程中，造成部分的能量損失，使得物體與地面碰撞後，反彈的高度 $h < H$ ，則稱此種碰撞方式為『非完全彈性碰撞』。
- (3)若物體與地面碰撞後，完全無法反彈，物體與地面結成一體，此時物體黏在地面上，此種碰撞情形所損失的能量最大，我們稱此種碰撞方式為『完全非彈性碰撞』。



B、有 A、B 兩物體質分別為 m_1 與 m_2 ，最初 A 物體速度為 v_1 ，B 物體速度為 v_2 ，碰撞發生後，A 物體的速度為 u_1 ，B 物體的速度為 u_2 ：



- (1)物體發生完全彈性碰撞，表示碰撞過程無任何能量損失，因此：

$$\text{動量守恆：} \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\text{力學能守恆(動能守恆)：} \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

- (2)物體發生非完全彈性碰撞，表示碰撞過程有部分的能量損失，此時：

$$\text{動量守恆：} \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\text{力學能不守恆(動能不守恆)：} \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 > \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

$$\text{損失的能量為} \quad \Delta E = E_2 - E_1 = \left(\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)$$

- (3)物體發生完全非彈性碰撞，表示碰撞後兩物體連結運動(合體運動)，此時能量損失最大：

$$\text{動量守恆：} \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u \quad \rightarrow \quad \text{合體後的速度} \quad u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

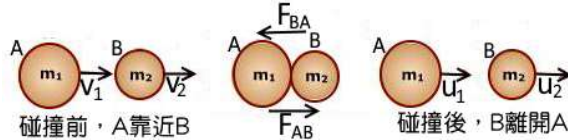
$$\text{力學能不守恆(動能不守恆)：} \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 > \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2$$

$$\text{損失的能量為} \quad \Delta E = E_2 - E_1 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)$$



(二)碰撞過程的討論：

A、A 物體質量 m_1 ，B 物體質量 m_2 ，假設碰撞過程只有兩物體間的作用力，因此碰撞過程遵守牛頓第三運動定律。



B、將 A 與 B 視為一個系統，將系統的質量視為集中在質心的質點，則 $m_C=(m_1+m_2)$ 以質心的運動，代表整個系統的運動，以質心的動量，表示整個系統的動量。

則碰撞前：

$$m_1v_1+m_2v_2 = (m_1+m_2) V_{C1} \quad \rightarrow \quad \text{質心速度} \quad V_{C1} = \frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}$$

碰撞後：

$$m_1u_1+m_2u_2 = (m_1+m_2) V_{C2} \quad \rightarrow \quad \text{質心速度} \quad V_{C2} = \frac{m_1u_1+m_2u_2}{m_1+m_2}$$

由於碰撞前後系統的動量恆為定值，因此 $m_1v_1+m_2v_2 = m_1u_1+m_2u_2$

$$\rightarrow \quad \text{系統的質心速度} \quad V_{C1} = \frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2} = \frac{m_1u_1+m_2u_2}{m_1+m_2} = V_{C2}$$

\rightarrow ：碰撞前後，系統的質心速度不變。

莫斯利高中自然科學

C、A 物體碰撞 B 物體的過程，最初 A 物體的速度大於 B 物體，因此 A 靠近 B，此時 A、B 物體產生形變；當 A 物體的速度等於 B 物體的速度時，此時 A、B 兩物體距離最接近，同時 A、B 物體間的作用力也最大，而此時的速度亦等於質心速度；當 B 物體的速度大於 A 物體的速度時，此時 B 物體開始離開 A 物體，而 A、B 間的作用力也逐漸減小。

- (1)任何的碰撞形式，碰撞過程的作用力與反作用力恆相等，因此動量守恆定律恆成立，但是碰撞過程的作用力不是定值，作用力為兩物體間距離的函數。
- (2)碰撞過程動能不守恆，部分能量形成彼此間因形變儲存的位能。
- (3)若為彈性碰撞，則儲存的能量會釋放，再恢復成原來的動能。因此彈性碰撞過程的力學能不守恆，但是碰撞前後的力學能守恆。
- (4)若為非彈性碰撞，則碰撞過程會有能量損失，儲存的位能亦無法完全轉變為動能，因此碰撞前後的力學能不守恆，碰撞後的力學能會減少，且減少的能量，將轉變成雜亂無法利用的熱能。

	完全彈性碰撞	非完全彈性碰撞	完全非彈性碰撞
動量守恆	成立	成立	成立
力學能守恆	成立	不成立	不成立(損失最大)
能量守恆	成立	成立	成立

觀念澄清

4-1 碰撞與動量守恆

- ____ 1. 兩物體在碰撞過程，動能恆為定值。

- ____ 2. 兩物體在碰撞過程的作用力不是定值，因此動量不守恆。

- ____ 3. 在非彈性碰撞中，能量不守恆，但動量仍守恆。

- ____ 4. 子彈射入木塊後，若系統無外力，則子彈和木塊的總動量守恆，總動能也守恆。

- ____ 5. 甲、乙兩球在同一直線相向運動，作正面碰撞後，甲球速度方向與原運動方向相反，乙球靜止。由此可知碰撞前甲球動量的量值必較乙球大。

- ____ 6. 兩物體 A、B 發生迎面碰撞，碰撞後 A 和 B 都朝 A 原來移動的方向運動，則碰撞前 A 的動量一定比 B 大。

- ____ 7. 兩物體碰撞結合在一起運動，碰撞後的瞬間，系統的動量和有可能變小

- ____ 8. 兩物體作彈性碰撞前後，系統的質心速度先減小後增加。

- ____ 9. 若兩物體做非彈性碰撞，則碰撞前後的能量不守恆。

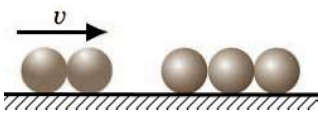
- ____ 10. 質量不相等的兩物體作彈性碰撞，在此過程中，兩物速度變化量量值相同。

- ____ 11. 甲、乙兩球在同一直線相向運動，作一維正碰撞後，甲球的速度方向與原運動方向相反，乙球靜止，則碰撞前甲球動能必比乙球動能小。

- ____ 12. 對質心坐標而言，系統內各質點的總動量恆為零，以及系統內各質點總動能恆為零。

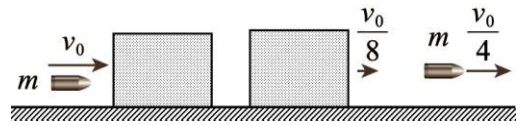
- ____ 13. 兩不受外力作用的物體發生碰撞時的敘述，若為非彈性碰撞時，則其質心動能將變小。

- ____ 14. 兩質點進行彈性碰撞時，碰撞過程系統的總動能必守恆。

15. 兩物體作非彈性碰撞時，碰撞前後：
- (A) 動量及力學能均守恆 (B) 動量及力學能均不守恆 (C) 動量守恆、力學能不守恆
(D) 動量不守恆、力學能守恆 (E) 以上皆非。
16. (68 日大) 設於無摩擦之桌面上置有 5 個相同的鋼球，其中三個接連排放一列，另兩個自左方以速度 v 正面碰撞此三球，如右圖。假設為完全彈性碰撞，則碰撞後有幾球離開？
- 
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5。
17. 由兩物所構成的一孤立系統，下列敘述中，何者錯誤？
- (A) 整個系統總能量必恆保持為常數 (B) 兩物作完全彈性碰撞，系統碰撞後總動能必等於碰撞前總動能 (C) 兩物作完全彈性碰撞期間，兩物之總動能必保持不變 (D) 兩物作非彈性碰撞後，總動能必有變化 (E) 兩物作彈性碰撞後，運動方向不一定互相垂直。
18. 有一孤立系統，由兩物所構成，下列敘述中，何者錯誤？
- (A) 整個系統的總能量必恆保持為一常數 (B) 兩物作完全彈性碰撞，系統之碰撞後總動能必等於碰撞前 (C) 兩物作非彈性碰撞後，總動能必有變化 (D) 兩物作完全彈性碰撞期間，兩物之總動能必保持不變 (E) 兩物作彈性碰撞期間，兩者的交互作用力的量值必相等。
19. 由兩者的質量中心坐標，看兩物體的運動狀況，則兩物體對質心的速度彼此間的關係為何？
- (A) 維持相等，但可不為定值 (B) 維持大小相同，方向相反，但可不為定值 (C) 大小和兩者質量成正比，而方向相反但可不為定值 (D) 大小和兩者質量成反比，而方向相反但可不為定值 (E) 大小相同，方向相反，且為定值。
20. 兩物體 A、B 發生迎面碰撞，碰撞後 A 和 B 都朝 A 原來移動的方向運動。則下列何者正確？(多選)
- (A) A 的質量一定比 B 大 (B) A 的密度一定比 B 大 (C) 碰撞前 A 的動量量值比 B 大 (D) 碰撞前 A 的速率比 B 大 (E) 碰撞後 A 的速率比碰撞前小。
21. 不同質量的兩物體作碰撞，在此過程中，兩物體的何種物理量大小必相等？(多選)
- (A) 碰撞的交互作用之力 (B) 所受衝量的量值 (C) 動量變化量的量值 (D) 速度的變化量 (E) 碰撞前、後的動能變化量。
22. 質量不相等的兩質點 A、B 作直線的彈性碰撞時，下面哪幾個物理量的量值，對這兩質點而言必然是相等的？(多選)
- (A) 碰撞時的作用力 (B) 碰撞前後的動量變化 (C) 碰撞前後的速率變化 (D) 碰撞前後的動能變化 (E) 碰撞過程的加速度。
23. 下列敘述哪些錯誤？(多選)
- (A) 質心動能表整個系統的總動能 (B) 質心的動量表整個系統的總動量 (C) 兩物作彈性碰撞期間動量守恆 (D) 對質心坐標而言，系統內各質點的總動量恆為零 (E) 對質心坐標而言，系統內各質點總動能恆為零。
24. 下列有關獨立系統中兩不受外力作用的物體發生碰撞時的敘述，哪些正確？
- (A) 碰撞前後，質心速度不變 (B) 兩物體產生非彈性碰撞時，碰撞前的總動量大於碰撞後的總動量 (C) 彈性碰撞時，質心動能不變 (D) 非彈性碰撞時，質心動能變小 (E) 若為完全非彈性碰撞，碰撞後系統的質心動能變為 0。

範例 1

質量 m 的子彈以速率 v_0 正面射入於質量 M 且靜置光滑水平面上的木塊中，若子彈射穿木塊後，木塊速率變為 $\frac{v_0}{8}$ ，子彈速率變為 $\frac{v_0}{4}$ ，如右圖，則：



(1) 木塊的質量 M 與子彈的質量 m 關係為何？

- (A) $M = 2m$ (B) $M = 3m$ (C) $M = 4m$ (D) $M = 5m$ (E) $M = 6m$ 。

(2) 子彈射入木塊至射穿木塊過程中，摩擦力做功使動能損失，試問動能損失多少？

- (A) $\frac{59}{128}mv_0^2$ (B) $\frac{27}{64}mv_0^2$ (C) $\frac{17}{32}mv_0^2$ (D) $\frac{5}{16}mv_0^2$ (E) $\frac{3}{4}mv_0^2$ 。

【答案】：(1)E； (2)B

範例 2 (102 學測)

在光滑水平面上一質量 M 的質點以 2.0 m/s 的速率向右運動，與靜止的另一質量 $4M$ 的質點發生一維非彈性碰撞。碰撞後質量 M 的質點反彈，以速率 0.50 m/s 向左運動，則質量 $4M$ 質點碰撞後向右的速率約為多少？

- (A) 0 (B) 0.38 m/s (C) 0.63 m/s (D) 0.94 m/s (E) 2.5 m/s 。

【答案】：C

莫斯利高中自然科學

範例 3 (103 學測)

在光滑的水平面上有一靜止且質量為 M 的木塊，一質量為 m 的子彈以速度 v 向右水平射入該木塊。在陷入木塊的過程中，子彈受摩擦力而減速。子彈最後停留在木塊中，兩者以相同的速度運動。下列敘述哪些正確？(應選三項)

- (A) 當射入的子彈減速時，摩擦力對木塊作正功 (B) 子彈與木塊互施摩擦力，且兩力量值相同方向相反 (C) 當子彈減速停留在木塊後，木塊的末速為 $\frac{mv}{M}$ (D) 在子彈陷入木塊後，當兩者的速度相等時，摩擦力消失 (E) 由於沒有外力作用於子彈與木塊的系統，故系統的動能守恆。

【答案】：ABD

範例 4 (104 學測)

一質量為 60 kg 的成人駕駛質量 920 kg 的汽車，在筆直的高速公路上以時速 $108 \text{ km}(30 \text{ m/s})$ 等速度行駛，車上載著質量 20 kg 的小孩，兩人皆繫住安全帶。途中不慎正向追撞總質量為 2000 kg 、時速為 $54 \text{ km}(15 \text{ m/s})$ 的卡車，碰撞後兩車糾結在一起，但駕駛人與小孩仍繫在座位上。假設碰撞時間為 0.2 s 且所有阻力的影響均可忽略不計，則在碰撞期間，安全帶對小孩的平均作用力大約多少 N ？

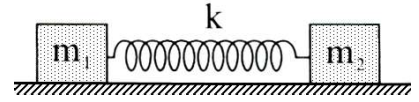
- (A) 3000 (B) 2500 (C) 2000 (D) 1500 (E) 1000。

【答案】：E

範例 5

兩相同木塊(質量 $m_1 = m_2 = m$)中間連以力常數為 k 的彈簧(質量不計), 靜置於光滑水平面上, 如右圖。假設左方木塊(m_1)瞬間由系統外獲得向右速度 v , 則隨後整個木塊與彈簧系統:

- (1) 質心速度 $V_c =$ _____。
 (2) 最大彈性能 $U =$ _____。



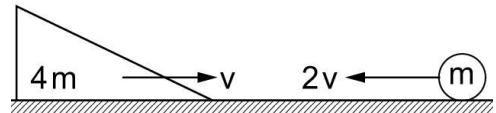
【答案】: (1) $\frac{v}{2}$ (向右); (2) $\frac{1}{4}mv^2$

範例 6

如右圖, 光滑平面上, 有一質量為 $4m$ 的三角形木塊向右以 v 前進, 同一平面上有一質量 m 的小球以 $2v$ 向左運動, 設球可滾上三角形木塊的斜面上, 且不計轉動效應及摩擦, 則:
 (重力加速度為 g)

(1) 當小球滾到最高點時, 木塊與小球的速度為何?

- (A) $\frac{1}{3}v$ (B) $\frac{1}{4}v$ (C) $\frac{1}{5}v$ (D) $\frac{2}{5}v$ (E) $\frac{3}{5}v$ 。



(2) 小球能達到的最大高度為何?

- (A) $\frac{9v^2}{5g}$ (B) $\frac{18v^2}{5g}$ (C) $\frac{12v^2}{5g}$ (D) $\frac{12v^2}{25g}$ (E) $\frac{18v^2}{25g}$ 。

【答案】: (1)D; (2)B

範例 7

甲、乙兩球於直線上作正向彈性碰撞, 其速度 v 和時間 t 關係如右圖, 請回答下列問題:

(1) 甲、乙兩球的質量比為若干?

- (A) 1 : 2 (B) 1 : 3 (C) 1 : 4 (D) 2 : 3 (E) 3 : 2。

(2) 若甲球質量為 4.0 公斤, 則甲、乙兩球碰撞期間平均作用力的量值為若干?

- (A) 120 (B) 240 (C) 300 (D) 360 (E) 480 牛頓。

(3) 承上題, 乙球質量為若干?

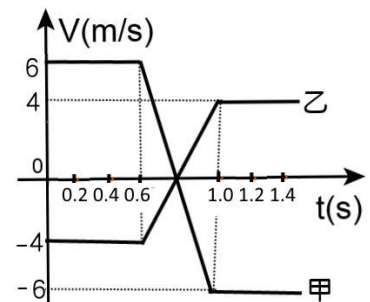
- (A) 12 公斤 (B) 8 公斤 (C) 6 公斤 (D) 3 公斤 (E) 2 公斤。

(4) 承上題, 碰撞前甲球的動能為若干?

- (A) 36 焦耳 (B) 48 焦耳 (C) 64 焦耳 (D) 72 焦耳 (E) 96 焦耳。

(5) 碰撞後, 甲的動能 : 乙的動能 = ?

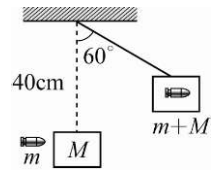
- (A) 1 : 2 (B) 1 : 3 (C) 1 : 4 (D) 2 : 3 (E) 3 : 2。



【答案】: (1)D; (2)A; (3)C; (4)D; (5)E

範例 8

如右圖為衝擊擺之裝置，擺長 40 cm，用來測量高速運動體之速率，如子彈。若子彈與木塊質量分別為 100 g 與 9.9 kg，當木塊被擊中後，子彈陷入木塊內不再穿出，此時衝擊擺擺到最大高度時，恰與鉛直線夾 60° ，則： $(g=10 \text{ m/s}^2)$

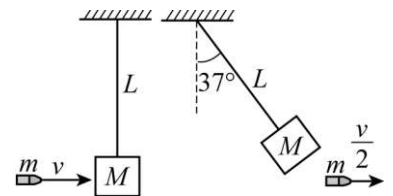


- (1)子彈射入木塊之後至衝擊擺到最大高度期間，位能增加_____J。
 (2)子彈射入木塊之前的速率為_____m/s。

【答案】：(1)20J； (2)200m/s

範例 9

如右圖，質量為 10 公克的子彈，以水平速度 v 打穿一懸掛的靜止木塊，木塊的質量為 10 公斤，擺繩 $L=1$ 公尺。若子彈打穿木塊後，子彈速度變為 $v/2$ ，已知木塊會上擺到擺角 37° ， $g=10$ 公尺/秒²，則：

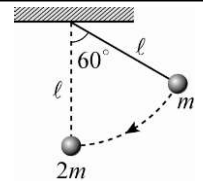


- (1)子彈打穿木塊瞬間，木塊的速率為
 (A)10 (B)8 (C)6 (D)4 (E)2 公尺/秒。
 (2)承上題，子彈之初速率 v 為
 (A)4000 (B)2000 (C)1000 (D)400 (E)200 公尺/秒。

【答案】：(1)E； (2)A

範例 10

如右圖，繩長為 l 、質量為 m 的物體，靜止釋放與質量 $2m$ 的靜止物體作完全非彈性碰撞，碰撞後，則：



- (1)全體最大高度為_____。
 (2)在這次碰撞中，損失力學能為_____。

【答案】：(1) $\frac{1}{18}l$ ； (2) $\frac{1}{3}mgl$

範例 11

質量 100 克的子彈以水平射入靜止於水平面上 1kg 的木塊內，木塊和水平面間的摩擦係數為 0.2，子彈最後停在木塊中，木塊移動 16m 而停止，則子彈原來的初速約為

- (A)44 (B)88 (C)132 (D)22 (E)66 m/s。

【答案】：(B)

範例12

一質量 m 的子彈以速度 v 入射質量 M 的靜止木塊，若子彈留在其中，其後木塊入射壓縮彈力常數為 k 的彈簧於牆上，如右圖。則彈簧最大壓縮量為

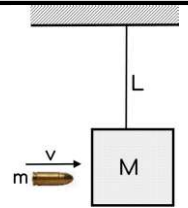


- (A) $\sqrt{\frac{mv}{k}} mv^2$ (B) $\sqrt{\frac{mv}{k}} \frac{M+m}{m}$ (C) $\sqrt{\frac{M}{M+m}}$ (D) $\frac{mv}{\sqrt{k(M+m)}}$ (E) $\frac{kmv}{\sqrt{M+m}}$ 。

【答案】：(D)

範例13

子彈質量 m 入射質量 M 的木塊，單擺擺長 L ，最後單擺做振幅為 X 的簡諧運動，則子彈入射前速度為



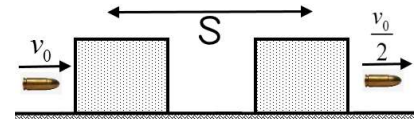
- (A) $\frac{M+m}{m} X \sqrt{\frac{g}{L}}$ (B) $\frac{M-m}{M} X \sqrt{\frac{g}{L}}$ (C) $X \sqrt{\frac{g}{L}}$ (D) $\frac{m}{M+m} X \sqrt{\frac{g}{L}}$ (E) $\frac{m}{M-m} X \sqrt{\frac{g}{L}}$ 。

【答案】：(D)

莫斯利高中自然科學

範例14

質量為 m 的子彈以初速 v_0 沿水平方向入射質量為 $2m$ 、長度為 L 的木塊，若木塊放置於一光滑的水平桌面上且可以自由滑動，子彈射入木塊時受一大小固定的摩擦力作用。當子彈射出木塊時，其速率減為原初速的一半，如右圖，則：



- (1)子彈射出後，木塊的末速為_____。
 (2)為子彈在木塊中所受的摩擦阻力量值為_____。
 (3)由入射開始到子彈剛穿出時，木塊移動的距離 S 為_____。

【答案】：(1) $\frac{1}{4}v_0$ (2) $\frac{5mv_0^2}{16L}$ (3) $\frac{1}{5}L$

範例15

彈性常數為 k 的彈簧下端懸掛質量 M 的木塊，上端繫於天花板，呈靜止平衡狀態，且重力加速度值為 g 。今有質量 m 的子彈從木塊的下方以某一向上的速度打入木塊內，且停在木塊內，此系統作簡諧運動的振幅為 R ，則子彈打入木塊前之瞬間速度為_____。

【答案】： $\sqrt{\frac{k(M+m)}{m^2} [R^2 - (\frac{mg}{k})^2]}$

範例16

質量為 m 的子彈以速率 v 水平射入質量為 M 的靜止木塊，在水平地面上滑行 d 距離後靜止：

- (1) 子彈射入的瞬間，全體運動速率為_____。
 (2) 子彈與木塊間因摩擦產生的熱能為_____。
 (3) 木塊與地面間因摩擦產生的熱能為_____。
 (4) 木塊與地面間的摩擦係數為_____。

【答案】：(1) $\frac{mv}{M+m}$ (2) $\frac{1}{2}mv^2 \times \frac{M}{M+m}$ (3) $\frac{1}{2}mv^2 \times \frac{m}{M+m}$ (4) $\frac{1}{2}mv^2 \times \frac{m}{gd(M+m)^2}$

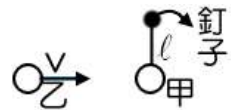
範例17 (93 指考)

一質量為 m 的物體甲靜置於光滑水平面上，物體甲連接在一質量可忽略、長度為 l 的細桿上，細桿上有一圓環，套住固定在水平面上的釘子，圓環與釘子之間的摩擦可以忽略，如右圖。另一相同質量的物體乙，在水平面上以 v 的速率，沿垂直細桿的方向作直線運動，甲、乙兩物體作正向碰撞後黏在一起，則下列敘述哪些正確？

(A) 碰撞後，甲、乙兩物體作等速度圓周運動 (B) 碰撞後，甲、乙兩物體作等速率圓周運動

(C) 碰撞後，兩物體的加速度為 $\frac{4v^2}{l}$ (D) 碰撞後，兩物體的加速度為 $\frac{v^2}{2l}$

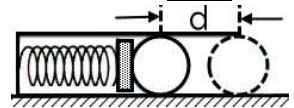
(E) 碰撞後，兩物體的加速度為 $\frac{v^2}{4l}$ 。



【答案】：(B)(E)

範例18 (94 指考)

圓筒位在水平桌面上，彈性常數為 k 的彈簧之一端固定在圓筒的一個端面上、另一端頂著一顆小彈珠，如右圖。當彈簧既不被壓縮或伸長時，彈珠的中心剛好位在圓筒的開口端。小明緩緩施水平力於彈珠，使彈簧被壓縮一距離 d 後放開，使彈珠由靜止被彈出。設圓筒與彈珠的質量分別為 M 及 m ，且所有摩擦力、彈簧質量及頂著彈珠的平板質量均可不計。



(1) 若圓筒固定，則當彈珠位在圓筒開口端時，其相對於桌面的速率為_____。

(以 m 、 k 及 d 表示)

(2) 若圓筒可以自由滑動，則當彈珠位在圓筒開口端時，其相對於桌面的速率為_____。

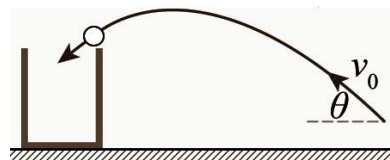
(以 M 、 m 、 k 及 d 表示)

(3) 若圓筒可以自由滑動，且圓筒的質心位在圓筒的一半長度處。試問在彈珠由靜止彈出到被彈回開口端的時距，圓筒總共滑行了_____。(以 M 、 m 及 d 表示)

【答案】：(1) $\sqrt{\frac{k}{m}}d$ (2) $\sqrt{\frac{Mk}{m(m+M)}}d$ (3) $\frac{m}{m+M}d$

範例19

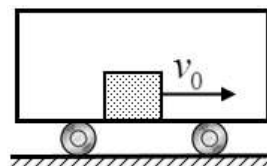
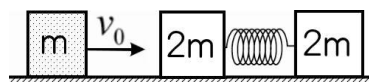
- (1) 靜止的岩石，突然爆炸分裂成為質量 1 : 2 的二塊碎片，若爆炸所釋放出來的能量 E 全部轉換為碎片的動能，則炸開瞬間，大塊碎片的動能為_____。
- (2) 如右圖，在光滑水平面上，有一個質量為 M 的靜止空桶。今將一質量為 m 的乒乓球以初速 v_0 仰角 θ 斜向拋入空桶內，經過不斷的碰撞，最後乒乓球停於桶內，則最後桶子的對地速度為_____。



【答案】：(1) $\frac{1}{3}E$ (2) $\frac{mv_0 \cos \theta}{m+M}$

範例20

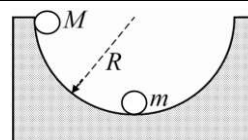
- (1) 如右圖，在光滑水平面上有質量 m 、 $2m$ 及 $2m$ 的 A、B、C 三個小物體，若三者大小完全相同，且 B、C 間以力常數 k 的理想彈簧連結，現 A 以 v_0 的速度朝 B 作正面彈性碰撞，碰撞前，彈簧靜止且保持原長，則 B、C 間彈簧的最大壓縮量為_____。
- (2) 如右圖，車廂的質量為 M ，長度為 L ，靜止在光滑水平面上，質量 m 的小木塊以 v_0 (對地) 的速度無摩擦地在車廂底板上向右運動，木塊與前車壁碰撞後以 $\frac{v_0}{2}$ (對地) 向左運動，則經過時間_____，木塊將與後車壁相撞。



【答案】：(1) $\frac{2v_0}{3} \sqrt{\frac{m}{k}}$ (2) $\frac{2ML}{(3m+M)v_0}$

範例21

- 如右圖之曲面為光滑之半圓，今一質量 M 之小質點自然落下，碰到位於半圓最低點質量 m 之小質點後連在一起，則碰後瞬間曲面作用於物體之力為_____。(令二質點質量 \ll 曲面質量)

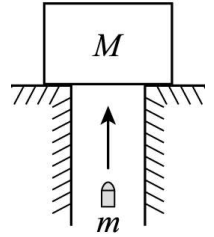


【答案】： $\frac{3M^2 + 2Mm + m^2}{M+m}g$

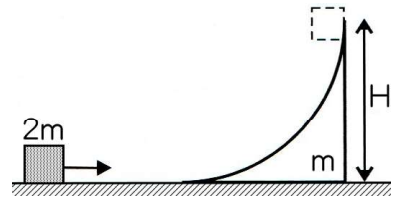
類題

4-1 碰撞與動量守恆

- 類1.如右圖，質量10公克的子彈，以500 m/s之速度垂直向上射入質量4.99公斤之木塊中不穿出，則木塊可上升之最大距離為若干？（ $g=10 \text{ m/s}^2$ ）
 (A)2cm (B)5cm (C)8cm (D)10cm (E)12cm。



- 類2.如右圖，光滑水平面上有一質量 m 的弧形軌道，高度為 H ，軌道底端成水平且貼平地面，為靜止狀態。有一質量 $2m$ 的質點從軌道底端的平面水平射入，沿著軌道恰上滑到最高點。設摩擦力不計，且重力加速度為 g ，則當質點 $2m$ 往下滑離軌道底端的瞬間，其對地的速度為

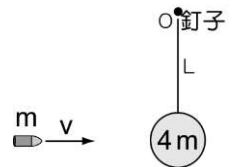


- (A) $\sqrt{\frac{2}{3}gH}$ ，向右 (B) $\sqrt{\frac{1}{3}gH}$ ，向左 (C) $\sqrt{\frac{4}{3}gH}$ ，向左 (D) $\sqrt{2gH}$ ，向左 (E) $\frac{1}{3}\sqrt{gH}$ ，向右。

- 類3.質量為 M 的鐵鎚沿水平方向正面敲擊鐵釘，欲將長為 L 、質量為 m 的鐵釘垂直釘入牆內。若鐵鎚以速度 v_0 敲擊鐵釘，敲擊後鐵鎚和鐵釘一起運動，使鐵釘進入牆內一段距離。則鐵鎚剛敲擊到鐵釘時，兩者一起運動的總動能比鐵鎚剛敲擊到鐵釘時的動能減少多少？

- (A) $\frac{M^2v_0^2}{2(M+m)}$ (B) $\frac{Mmv_0^2}{2(M+m)}$ (C) $\frac{M^2v_0^2}{2m}$ (D) $\frac{Mv_0^2}{2}$ (E) $\frac{m^2v_0^2}{2M}$ 。

- 類4.如右圖，質量為 $4m$ 的鉛球以長度 L 質量不計的輕繩懸於釘子下方，另一質量為 m 的子彈以水平速度 v 射入鉛球並嵌在其中，忽略釘子的摩擦力，則子彈射入瞬間，鉛球的加速度為若干？

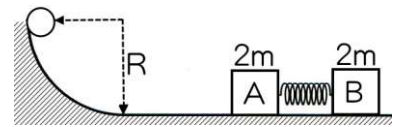


- (A) $\frac{v^2}{25L}$ (B) $\frac{3v^2}{25L}$ (C) $\frac{v^2}{20L}$ (D) $\frac{3v^2}{20L}$ (E) $\frac{3v^2}{16L}$ 。

- 類5.在某次撞球實驗中，母球以速度 5 m/s 撞擊成堆的4顆子球，經多次球對球檯間的完全彈性碰撞後，若所有的5個球同時具有速率 v ，則 v 為若干 m/s ？（球視為質點且質量相等）

- (A) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (C) $\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{5}$ (E) $\frac{\sqrt{5}}{4} \text{ m/s}$ 。

類6.如右圖，光滑水平面上有質量均為 $2m$ 的二物體 A、B，且 A、B 二物體以力常數為 k 的理想彈簧相聯結(彈簧質量不計)，一質量為 m 的小球，由半徑 R 的光滑圓形軌道上，距地面高 R 處滑下，與物體 A 作正向彈性碰撞，則：



- (1) 小球與物體 A 碰撞前的速度大小為_____。
- (2) 小球與物體 A 碰撞後，彈簧之最大壓縮量為_____。

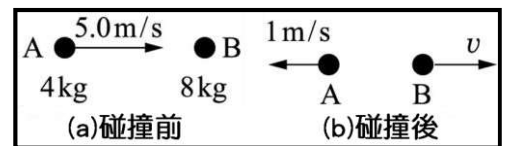
類7.質量為 m 之物體，以某速度撞上質量為 $2m$ 的靜止物體後，即合而為一。則 m 減少之動能與 $2m$ 增加之動能比為
(A)1 : 2 (B)2 : 1 (C)3 : 1 (D)4 : 1 (E)8 : 1。

類8.如右圖，在光滑水平桌面上放置甲、乙兩個磁鐵，兩個 N 極相對，中間用繩連接，原靜止，今將繩剪斷，則兩磁鐵分離，若兩者質量分別為 $m_{甲}=3$ 公斤， $m_{乙}=2$ 公斤，當甲的速率為 10 cm/s 時，求此時乙的速率和由靜止到此時，動量守恆關係為何？



- (A) 乙速率為 10 cm/s ，乙的動量守恆 (B) 乙速率為 15 cm/s ，甲的動量守恆
(C) 乙速率為 15 cm/s ，乙的動量守恆 (D) 乙速率為 15 cm/s ，甲、乙的總動量守恆
(E) 乙速率為 10 cm/s ，甲、乙的總動量守恆。

類9.如右圖，在一直線上有 A 和 B 兩物體，其質量分別為 4 kg 和 8 kg 。物體 A 以 5 m/s 的速度向右碰撞靜止中的物體 B。碰撞後物體 A 以 1 m/s 的速度向左彈回，則碰撞過程中 A 和 B 兩物體組成的系統損失的動能為多少焦耳？



- (A)6 (B)12 (C)17 (D)33 (E)38。

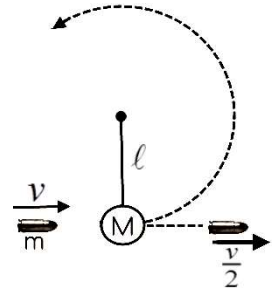
類10.光滑水平面的一直線上，質量均為 0.2 公斤的 A、B 兩球發生正面碰撞，A 球以向右 4 公尺/秒的速度，碰撞正前方原本靜止的 B 球，B 球的碰撞後速度為向右 3 公尺/秒，則有關碰撞前後的總動量和總動能，下列敘述何者錯誤？

- (A) 碰撞前總動量為 0.8 公斤·公尺/秒 (B) 碰撞後總動量為 0.8 公斤·公尺/秒
(C) 碰撞前總動能為 1.6 焦耳 (D) 碰撞後總動能為 1.6 焦耳 (E) 甲、乙兩球為非彈性碰撞。

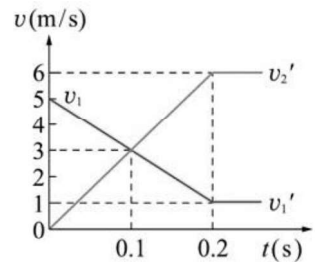
類11.長 L 質量 m 之鐵釘，正立土上，在其正上方 $10L$ 處有個質量 $9m$ 之質點自由落下，與釘結合後，恰可將釘釘入土中，則土對釘之平均阻力 f 為若干？
 (A) $81mg$ (B) $86mg$ (C) $91mg$ (D) $96mg$ (E) $101mg$ 。

類12.如右圖，質量為 m 的子彈，以 v 的速率穿透一質量為 M 的靜止擺錘，並以 $\frac{v}{2}$ 的速率射出，且此擺錘以細線懸掛著。若擺錘剛好可繞過最高點作鉛直面的圓周運動，求 v 的最小值為若干？(重力加速度為 g)

- (A) $\frac{M}{m}\sqrt{3gl}$ (B) $\frac{M}{m}\sqrt{5gl}$ (C) $\frac{2M}{m}\sqrt{3gl}$ (D) $\frac{2M}{m}\sqrt{5gl}$ (E) $\frac{2M}{m}\sqrt{7gl}$

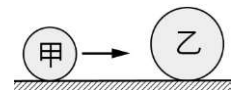


類13.兩球 A、B 於一直線上作正向彈性碰撞，其速度 v 和時間 t 的關係如右圖，若 A 球 1.2 kg ，A、B 兩球碰撞期間平均作用力為多少 N？
 (A) 6 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 36 N。

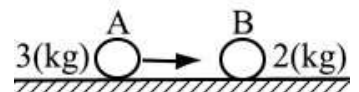


莫斯利高中自然科學

類14.如右圖，兩個黏土球在光滑平面上， $m_{甲}=2$ 公斤， $v_{甲}=12$ 公尺/秒， $m_{乙}=4$ 公斤， $v_{乙}=0$ ，今兩球相撞，立即結為一體，求此合體移動的速率為何？
 (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9 公尺/秒。



類15.質量 3 公斤的 A 球以 24 公尺/秒的速度撞擊質量 2 公斤靜止的 B 球，如右圖，碰撞後 AB 仍維持在同一直線上，且 B 的速率為 12 公尺/秒，則碰撞後 A 球的速率為多少公尺/秒？
 (A) 8 (B) 9 (C) 12 (D) 16 (E) 18 m/s。



類16.質量 m 的木塊置於光滑的斜面上，如右圖，若斜面與地面無摩擦力，則當木塊下滑到地面後，則斜面的動能為

- (A) $\frac{m^2 gH}{M+m}$ (B) $\frac{MmgH}{M+m}$ (C) $\frac{m^2 gH}{M-m}$ (D) $\frac{mMgH}{M-m}$ (E) $\frac{mM^2 gH}{(M+m)^2}$ 。

