第一章　牛頓運動定律的應用

重點內容　1-1 靜力學與應用實例

1-1_Part－1_移動平衡

(一)兩力平衡：

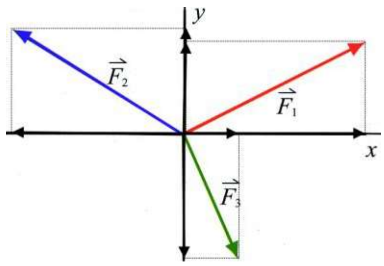
A、兩力平衡：

(1)物體受到兩力作用時，兩力的大小相等，方向相反，作用在同一直線上。

(2)若兩力作用在物體的同一點上，物體合力為零，且不會發生轉動。

(3)若兩力作用不在同一直線上，此時雖然物體合力為零，但是會發生轉動。

B、$F_1=(F_{1x}, F_{1y})$　$F_2=(-F_{2x}, F_{2y})$　$F_3=(F_{3x}, -F_{3y})$



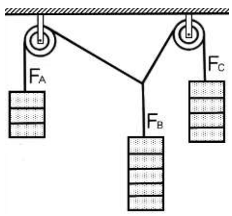
(1)若 $\vec{F_A}$ 和 $\vec{F_1}$ 達兩力平衡，則 $\vec{F_A}=-\vec{F_1}=(-F_{1x}, -F_{1y})$

(2)若 $\vec{F_B}$ 和 $\vec{F_2}$ 達兩力平衡，則 $\vec{F_B}=-\vec{F_2}=(F_{2x}, -F_{2y})$

(3)若 $\vec{F_C}$ 和 $\vec{F_3}$ 達兩力平衡，則 $\vec{F_C}=-\vec{F_3}=(-F_{3x}, F_{3y})$

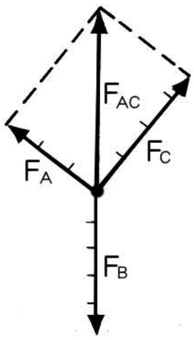
(二)三力平衡：

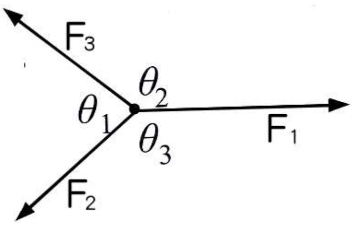
A、若三力同時作用於物體上的某點(共點力)而達成平衡時：

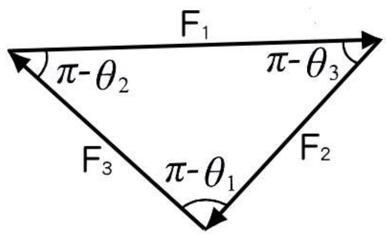


(1) $\vec{F_R}=\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=0$

$\vec{F_1}=-(\vec{F_2}+\vec{F_3})$　$\vec{F_2}=-(\vec{F_1}+\vec{F_3})$　$\vec{F_3}=-(\vec{F_1}+\vec{F_2})$







(2)由三角形的正弦定律可推導得『拉密定律』

$$\frac{F_1}{\sin(\pi-\theta_1)}=\frac{F_2}{\sin(\pi-\theta_2)}=\frac{F_3}{\sin(\pi-\theta_3)} \Rightarrow \frac{F_1}{\sin\theta_1}=\frac{F_2}{\sin\theta_2}=\frac{F_3}{\sin\theta_3}$$

(3)三力平衡的特性：

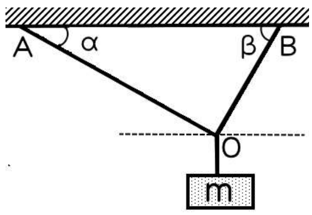
甲、三力必共平面。

乙、若三作用力不是相平行的作用力，則此三力必定共點。

丙、三力達平衡時，此三力必定可圍成封閉的三角形。

丁、若三力平衡，且彼此間的夾角為 120° 時，則此三力必定相等。

(三)特殊題型分析：



甲、力的分解與平衡：

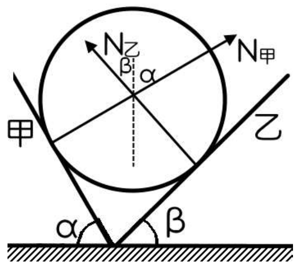
$T_A \sin\alpha + T_B \sin\beta = mg$

$T_A \cos\alpha = T_B \cos\beta$

乙、拉密定律：

$$\frac{T_A}{\sin(90+\beta)} = \frac{T_B}{\sin(90+\alpha)} = \frac{mg}{\sin(180-\alpha-\beta)}$$

$$\Rightarrow \frac{T_A}{\cos\beta} = \frac{T_B}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\sin(\alpha+\beta)}$$



甲、力的分解與平衡：

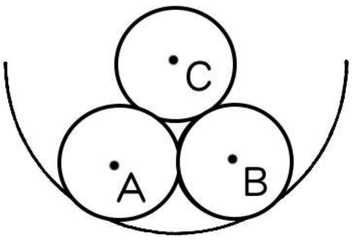
$N_{甲} \cos\alpha + N_{乙} \cos\beta = mg$

$N_{甲} \sin\alpha = N_{乙} \sin\beta$

乙、拉密定律：

$$\frac{N_{甲}}{\sin(180-\beta)} = \frac{N_{乙}}{\sin(180-\alpha)} = \frac{mg}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$\Rightarrow \frac{N_{甲}}{\sin\beta} = \frac{N_{乙}}{\sin\alpha} = \frac{mg}{\sin(\alpha+\beta)}$$



甲、先求頂端 C 球的受力。

乙、球與球的接觸點必相切，連心線必通過切點。

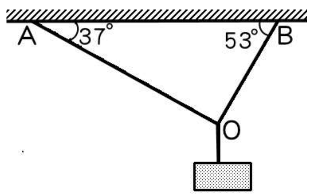
丙、利用作用力與反作用力，A 球對 C 球的作用力等於 C 球對 A 球的作用力。

丁、球對碗壁的作用力為直角。

戊、留意碗的半徑，並非每一題的角度都相同。

範例 1

用 AB 兩繩繫住 60 公斤的鐵塊，將其他兩端固定在天花板上，各與水平成 37°、53° 夾角，則：



(1)A 繩張力=________；

(2)B 繩張力=________。

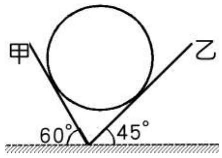
答案：(1)36kgw　(2)48kgw

範例 2

一鐵球重 40 公斤，靜置於 V 字形斜板間，如右圖，則：

(1)鐵球作用於甲板上的作用力為________Kgw。

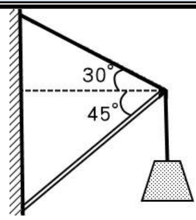
(2)鐵球作用於乙板上的作用力為________Kgw。



答案：(1) $40(\sqrt{3}-1)$　(2) $20(3\sqrt{2}-\sqrt{6})$

範例 3

如右圖，已知上方繩可支撐最大張力 1000 牛頓，支柱可支撐最大張力 2000 牛頓，而下方繩可支撐任何重量，則物重最大為________牛頓。



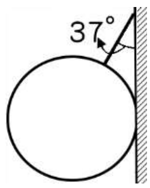
答案：1365

範例 4

如右圖，牆壁上懸掛質量 20 公斤之銅球，懸於光滑鉛直牆上，則：

(1)繩上張力為________公斤重；

(2)牆壁之作用力為________公斤重。



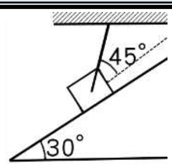
答案：(1)25　(2)15

範例 5

如右圖，物重 w 之物體置於斜角 30°之光滑斜面上，經過重心有一繩繫於天花板，繩與斜面夾角 45°時平衡，則：

(1)斜面施於物體反作用力為________。

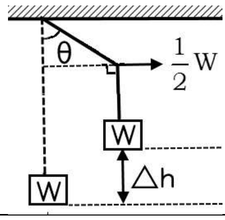
(2)繩上的張力為________。



答案：(1) $\frac{(\sqrt{3}-1)}{2}W$　(2) $\frac{\sqrt{2}W}{2}$

範例 6

有一長繩 L 之細繩，下懸重物 W，上端固定，另一端結於前繩之中央，一人施最大力 $\frac{1}{2}w$ 水平力拉第二繩，則物體拉上的最大高度為________。



答案：$\frac{L}{2}(1-\frac{2}{\sqrt{5}})$

範例 7

一物體重量 W，置於光滑斜面上，若平行沿斜面向上使之靜止，斜面對物體的正向力為 N_1，若改為水平施力亦可支持時，正向力變為 N_2，則 N_1、N_2 與 W 之關係為________。

答案：$N_1N_2 = w^2$

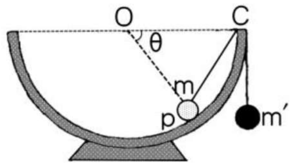
範例 8

輕繩兩端分別繫上 m 與 m'兩質點(體積不計)，m 沿半球形 光滑碗面，下滑到 P 點平衡，如圖，球心 O，OC 為水平，C 處無阻力，θ=60°，碗對 m 的正向力為 N，繩張力為 T，則：

(1)N=________。

(2)T=________。

(3)m=________m'。



答案：(1)$\frac{\sqrt{3}}{3}mg$ (2)$\frac{\sqrt{3}}{3}mg$ (3)$\sqrt{3}$

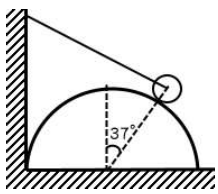
範例 9

一個重量為 W 的小圓柱以一細繩拉住，靜止於大圓柱的表面上，如右圖，若忽略所有的摩擦力，則：

(1)細繩的張力為________。

(2)大圓柱給予小圓柱的正向力為________。

(3)牆面給予大圓柱的作用力為________。



答案：(1)$\frac{3}{5}$W (2)$\frac{4}{5}$W (3)$\frac{12}{25}W$

範例10

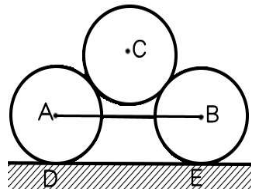
有 ABC 三金屬圓輪，半徑均為 50cm，將 AB 以長 100cm 的鋼繩連接，已知 ABC 三金屬球的質量為 3m、2m、2m，則：

(1)作用於地面 D 點的作用力為________。

(2)作用於地面 E 點的作用力為________。

(3)作用於 AB 繩間的作用力為________。

(4)AC 間的作用力為________。



答案：(1)4mg (2)3mg (3)$\frac{1}{\sqrt{3}}mg$ (4)$\frac{2}{\sqrt{3}}mg$

範例11

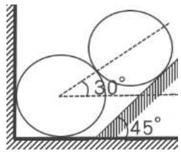
如右圖，兩球半徑相同，重量皆為 W 的金屬球，置於無摩擦的接觸面上，則：

(1)兩球之間的作用力大小為________。

(2)斜面的正向力為________。

(3)鉛直面的正向力為________。

(4)底面的正向力為________。



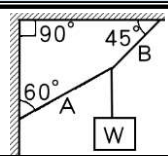
答案：(1)$W(\sqrt{3}-1)$ (2)$\frac{\sqrt{3}W}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ (3)$\frac{W}{2}(3\sqrt{-3})$ (4)$\frac{\sqrt{3}+1}{2}W$

範例12

如右圖，AB 繩懸掛一重 W 之物體，達成平衡，則：

(1)A 繩張力之大小 T_A=________；

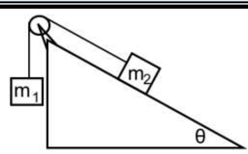
(2)B 繩張力之大小 T_B=________；



答案：(1)$W(\sqrt{3}+1)$ (2)$\frac{\sqrt{3}W}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

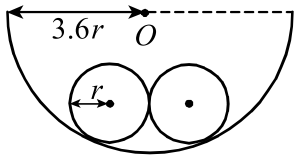
範例13

如右圖，直角光滑斜面上，質量 m_1 的物體以細繩繞過定滑輪繫著另一質量 m_2 的物體，兩物體呈靜止平衡狀態，若 m_1：m_2＝1：2，則光滑斜面傾斜角θ為________。



答案：30°

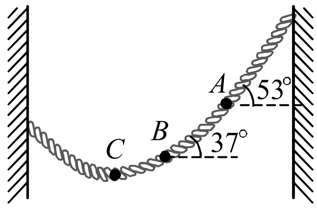
類題 1-1_PART_1 移動平衡



類1. 半徑為 3.6r 的半球形碗，內裝兩個半徑 r 之小球呈平衡，球重皆為 W，碗對左側小球的作用力為

(A)2W (B)$\frac{5W}{4}$ (C)$\frac{13W}{12}$ (D)$\frac{25W}{24}$ (E)W。

類2. 均勻粗繩懸掛在二鉛直牆壁間成平衡狀態，如右圖，若繩上 A、B 兩點切線分別與水平線夾角 53°及 37°，且 A、B 間繩重 W，試回答下列問題：



(1)若 A 點處繩張力為 T_A，B 點處繩張力為 T_B，則(T_A,T_B)為

(A)$(\frac{4}{5}W,\frac{3}{5}W)$ (B)$(\frac{8}{5}W,\frac{6}{5}W)$ (C)$(\frac{12}{5}W,\frac{9}{5}W)$

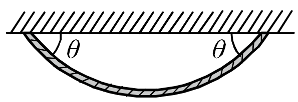
(D)$(\frac{16}{7}W,\frac{12}{7}W)$ (E)$(\frac{20}{7}W,\frac{15}{7}W)$。

(2)若 C 點為繩最低點，則 C 點處張力為

(A)$\frac{12}{7}W$ (B)$\frac{24}{7}W$ (C)$\frac{12}{25}W$ (D)$\frac{16}{25}W$ (E)$\frac{24}{25}W$ 。

(3)$\overline{AB}$ 繩長和 $\overline{BC}$ 繩長比值為

(A)$\frac{5}{7}$ (B)$\frac{7}{9}$ (C)$\frac{3}{4}$ (D)$\frac{16}{9}$ (E)$\frac{25}{16}$ 。



類3. 重量 W 的均勻繩子掛在天花板下方，則：

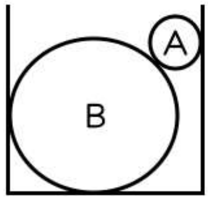
(1)繩子右端對天花板拉力為

(A)$\frac{W}{2\sin\theta}$ (B)$\frac{W}{2\cos\theta}$ (C)$\frac{2W}{\sin\theta}$ (D)$\frac{2W}{\cos\theta}$ (E)$\frac{2W}{\tan\theta}$。

(2)在繩子於最低點處的橫斷面上張力為

(A)$\frac{1}{2}W\sin\theta$ (B)$\frac{1}{2}W\cos\theta$ (C)$\frac{1}{2}W\tan\theta$ (D)$\frac{1}{2}W\cot\theta$ (E)$\frac{1}{2}W\sec\theta$。

類4. 如右圖，A、B 兩金屬球為相同材質，A 球半徑為 R，B 球半徑為 3R，已知 A 球重量 W，今將兩金屬球放入圓筒中，圓筒的底面半徑為 3.2R，則：

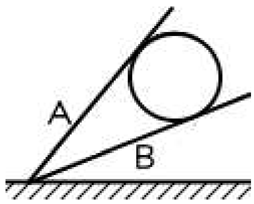


(1)A 球與圓筒間的正向力為________。

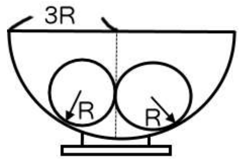
(2)A 球與 B 球間的作用力為________。

(3)圓筒底部的正向力為________。

類5. 如右圖中重 W 的均勻球體，置於傾斜角各為 $\tan\theta_A = \dfrac{4}{3}$、$\tan\theta_B = \dfrac{5}{12}$ 的 A、B 兩光滑斜面之間，則 A、B 兩斜面作用於球體的正向力比為________。



類6. 圖中半圓形碗之半徑為 3R，內置二個半徑為 R 之小球，球重均為 W。則當系統達平衡時，請回答下列問題：



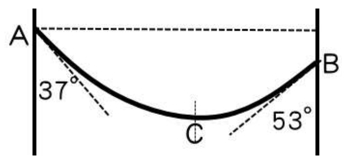
(1)二球間之相互作用力 F 為

(A)$\dfrac{1}{2}W$　(B)$\sqrt{3}\ W$　(C)$\dfrac{\sqrt{3}}{2}W$　(D)$\dfrac{\sqrt{3}}{3}W$　(E)$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}W$。

(2)碗壁對球之作用力 N 為

(A)$\dfrac{1}{2}W$　(B)$\sqrt{3}\ W$　(C)$\dfrac{\sqrt{3}}{2}W$　(D)$\dfrac{\sqrt{3}}{3}W$　(E)$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}W$。

類7. 如右圖，均勻質量的鐵鏈重 *W*，兩端懸吊於牆兩側 A、B 點上，若 $\theta_A = 37°$，$\theta_B = 53°$，則：



(1)A 點位置的張力為

(A)0.24W　(B)0.4W　(C)0.48W　(D)0.6W　(E)0.8W。

(2)B 點位置的張力為

(A)0.24W　(B)0.4W　(C)0.48W　(D)0.6W　(E)0.8W。

(3)鐵鏈最低點處 C 的張力為若干？

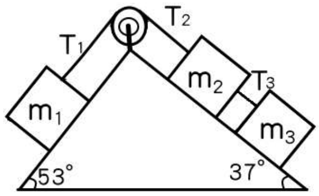
(A)0.24W　(B)0.4W　(C)0.48W　(D)0.6W　(E)0.8W。

類8. 如右圖，rn_2＝4kg，rn_3＝8 kg，若此系統成平衡狀態，則：

(1)m_1＝_______kg。

(2)T_1＝_______N。

(3)T_3＝_______N。

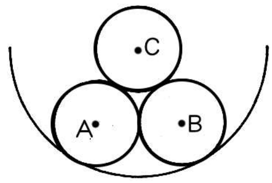


類9. 將三個半徑皆為 R，質量皆為 m 的小球靜置於半徑為 3R 的大碗內，如右圖，則：

(1)B、C 兩球間之作用力為_______ 。

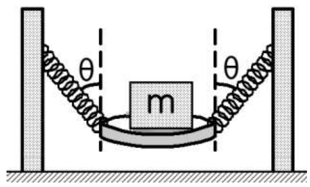
(2)A、B 兩球間之作用力為_______ 。

(3)A 球作用於碗壁的力為_______ 。

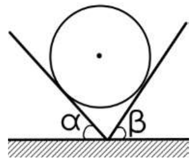


類10. (102 指考) 由一對完全相同的強力理想彈簧所構成可垂直彈射之投射裝置，如右圖，設 g 為重力加速度，彈簧的彈性常數為 k。若質量為 m 的物體置於質量可忽略的彈射底盤上，欲將物體以 5g 的起始加速度垂直射向空中，此時兩彈簧與鉛垂線的夾角皆為$\theta = 60°$，則每個彈簧的伸長量為下列何者？

(A)$\frac{5mg}{2k}$ (B)$\frac{3mg}{k}$ (C)$\frac{4mg}{k}$ (D)$\frac{5mg}{k}$ (E)$\frac{6mg}{k}$ 。



類11. (90 日大) 一均勻圓球置於一水平 V 形槽中，其截面如右圖。球與槽壁面間無摩擦力，則球作用於右壁之力$\overrightarrow{F_R}$與作用於左壁的$\overrightarrow{F_L}$的量值比$\frac{\overrightarrow{F_R}}{\overrightarrow{F_L}}$為_______ 。



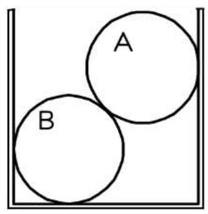
類12. 將半徑 5.0 公分、重 60 牛頓之兩球置於內半徑為 8 公分光滑之圓柱體內，則：

(1) 兩球相互之作用力大小為何？

(A)30 (B)45 (C)60 (D)75 (E)90 牛頓。

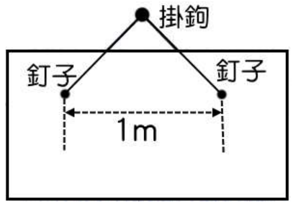
(2) A 球與器壁間的作用力為何？

(A) 25 (B)30 (C)45 (D)50 (E)60 牛頓。



類13. (93 指考) 小軒要在客廳裡掛上一幅 1 公斤重的畫(含畫框)，畫框的背面有兩個相距 1 公尺的的釘子。他將畫對稱的掛在牆壁的掛鉤上，掛繩最大可以承受 1 公斤重的張力，掛好後整條細繩呈緊繃的狀態(見右圖)。假設細繩可以承受最大張力與繩長無關，則細繩最少需要幾公尺才不至於斷斷掉？

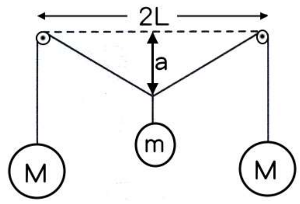
(A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C)2 (D) $\frac{5}{2}$ (E) $2\sqrt{3}$ 。



類14. 三個質量分別 M、m、M 的物體以兩細線懸吊如右圖，,其中一細線在左右兩側分別繞過相距 2L 的兩支等高小釘。當三物體靜止時，質量 m 的物體位於兩小釘連線的中垂線上，兩細線銜接點在兩小釘連線下方距離 a 處。忽略細線質量與小釘的摩擦，重力加速度量值為 g。則 a＝？

(A) $\frac{Lm}{\sqrt{(2m-M)(2m+M)}}$ (B) $\frac{2Lm}{\sqrt{(2m-M)(2m+M)}}$ (C) $\frac{Lm}{\sqrt{(M-m)(M+m)}}$

(D) $\frac{2Lm}{\sqrt{(M-m)(M+m)}}$ (E) $\frac{Lm}{\sqrt{(2M-m)(2M+m)}}$ 。



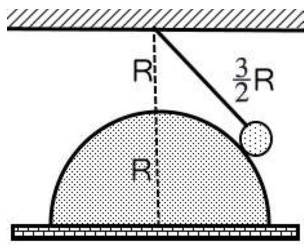
類15. 一重 W 之小球以長 $\frac{3}{2}R$ 的細線懸吊，小球靜置於半徑 R 之光滑半球形表面，懸吊點恰位於半球心正上方 2R 處。若忽略小球的體積，則：

(1)細線的張力為

(A) $\frac{1}{4}W$ (B) $\frac{3}{4}W$ (C) $\frac{1}{2}W$ (D) $\frac{1}{3}W$ (E) $\frac{2}{3}W$ 。

(2)半球與小球間之作用力大小為

(A) $\frac{1}{4}W$ (B) $\frac{3}{4}W$ (C) $\frac{1}{2}W$ (D) $\frac{1}{3}W$ (E) $\frac{2}{3}W$ 。



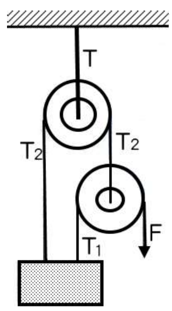
類16. 如右圖，施力大小 F 恰可支撐 6 公斤重之物體。若繩子與滑輪的重量均不計，且不考慮摩擦，則：

(1)F＝？kgw

(A)2kgw (B)3kgw (C)4.5kgw (D)8kgw (E)9kgw。

(2)最上端的細繩其張力 T＝？kgw

(A)2kgw (B)3kgw (C)4.5kgw (D)8kgw (E)9kgw。

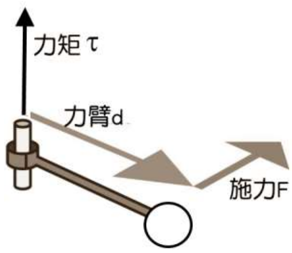


1-1_Part－2_力矩與轉動平衡

(一)力矩：

A、力矩的表示：

(1)定義：



i.剛體繞著轉軸轉動時，則此剛體上的某一點受力後，對轉軸轉動的力矩可定義為該點的力臂(d)與作用力(F)的乘積。

ii.剛體：物體受力的作用後，物體的形狀及體積都不會改變，即物體上任何兩點間的距離始終保持定值。

iii.轉軸為物體旋轉時環繞的的支點，不一定在物體上，可為物體外的某一固定點。

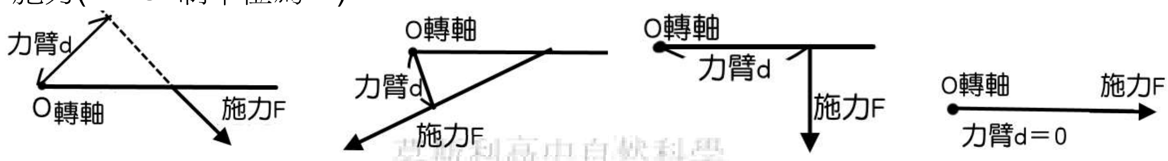
(2)關係式： $\vec{\tau}=\vec{d}\times\vec{F}$

$$\left|\vec{\tau}\right|=\left|\vec{d}\right|\left|\vec{F}\right|\sin\theta$$

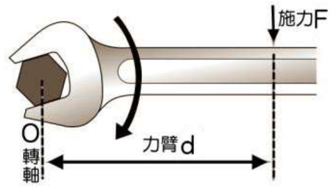
力矩(τ ，SI 制單位為 $m-N$)

力臂(d，SI 制單位為 m)：支點到作用力的垂直距離。

施力(F，SI 制單位為 N)



B、力矩的物理意義：



(1)物體的運動，可分為移動及轉動兩大類，若對物體施力，若施力通過物體的轉軸，則此時施力的力臂為零，因此施力無法造成物體的轉動。

(2)相同大小的施力時，當施力和轉軸垂直時，此時有最大的力臂，因此力矩最大，此時物體最容易轉動。

(3)力矩可決定施力對剛體旋轉的難易程度，剛體所受的力矩愈大，則愈容易轉動。

(4)施力通過轉軸，或施力與轉軸的方向平行時，則施力的力臂為零，因此力矩為零，此時施力無法對物體造成轉動。

(5)力矩為向量，具有方向性，若以剛體在紙面上的轉動表示時，則逆時針的力矩，定義為垂直紙面向上的方向，順時針的力矩則定義為垂直指入紙面的方向。

(6)相同的施力對不同的轉軸，產生轉動的效應不相同，因此力矩不同。

(7)施力對轉軸產生的力矩，等於其分力對轉軸產生的力矩和。

(二)轉動平衡：

A、合力矩：

(1)若一個物體同時受到多力的作用時，則數個力作用產生的力矩總和，稱為合力矩。

(2)數學式： $\tau=\tau_1+\tau_2+\tau_3+$......

B、轉動平衡：

(1)若力矩和為零，則稱此物體處於轉動平衡，即$\sum\vec{\tau}=\vec{\tau}_1+\vec{\tau}_2+\vec{\tau}_3+......=0$

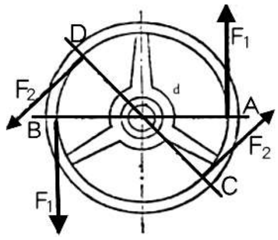
此時物體保持靜止，或等角速率轉動，因此物體不會改變其轉動狀態。

(2)當物體的合力矩為零時，此時物體所有順時針力矩的總和＝逆時針力矩的總和。

C、力偶：

(1)定義：

物體受到兩力作用，若兩力的量值相等，且方向相反，但不作用在同一直線上，則稱此兩作用力為力偶。



(2)力偶作用在剛體上，會使物體在原處轉動。

(三)靜力平衡：

A、靜力平衡：

(1)靜止的物體，同時受到數個力作用，仍維持靜止不動，稱為物體處於靜力平衡狀態。

(2)物體達靜力平衡時，物體所受的合力為零，合力矩為零；因此此時的物體是移動平衡，也是轉動平衡。

甲、移動平衡：作用在物體上的各力之合力為零，物體不移動。

乙、轉動平衡：用在物體上的各力之合力矩為零，物體不轉動。

(3)物體達靜力平衡時，對物體上的任何一點皆為靜止，因此對於任何一點的轉軸，其合力矩亦為零。

B、靜力平衡的解題步驟：

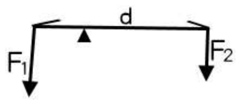
(1)依題意選擇獨立系統。

(2)做出該物體的受力圖。

(3)列出符合題意的合力＝0，以及合力矩＝0 的關係式。

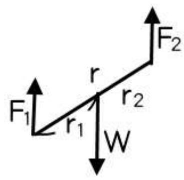
(四)平行力的力矩：

A、F_1 及 F_2 兩平行力相距 d，則使兩力能維持兩力平衡的支點：



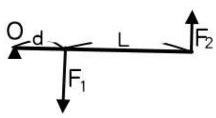
$$F_1d_1=F_2(d-d_1) \Rightarrow d_1=\frac{F_2}{F_1+F_2}d \quad d_2=\frac{F_1}{F_1+F_2}d \quad d_1:d_2=F_2:F_1$$

B、一物體重量 W，欲使一桿的兩端支撐物體的重量：



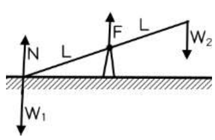
$$Wr_2=F_1r \Rightarrow F_1=\frac{r_2}{r}W \quad F_2=\frac{r_1}{r}W \quad F_1:F_2=r_2:r_1$$

C、一橫桿受到 F_1 及 F_2 兩力的作用：



$$F_1d=F_2(d+L) \Rightarrow d=\frac{F_2}{F_1-F_2}L$$ O 點所受合力 $F=F_1-F_2$

D、蹺蹺板：



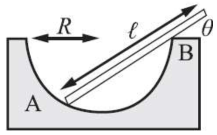
$$W_1+W_2=N+F \quad FL=W_2(2L) \Rightarrow F=2W_2 \quad N=W_1-W_2$$

範例 1

如右圖，一均勻且光滑長為ℓ、重 W 的木棒，靜止平放在一半徑 R 的半球形碗內而呈平衡；$R<\frac{1}{2}\ell<2R$，若θ為平衡時棒與水平面的夾角，而 P 為平衡時碗邊對木棒所施的作用力，則

(1)P＝＿＿＿＿＿＿。

(2)$\frac{\cos 2\theta}{\cos\theta}$＝＿＿＿＿＿。

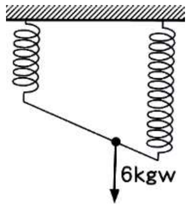


答案：(1)$\frac{\ell W}{4R}$　(2)$\frac{\ell}{4R}$

範例 2

一根重 6kgw 的木棒，兩端以相同的彈簧吊起來(如右圖)，已知彈簧的彈力常數為 20kgw／m，而棒子的重量集中於離右端 1／4 長度處。則左、右兩條彈簧伸長量的差值為若干 m？

(A)$\frac{1}{15}$　(B)$\frac{2}{15}$　(C)$\frac{4}{15}$　(D)$\frac{3}{20}$　(E)$\frac{3}{25}$。



答案：D

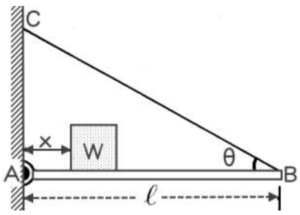
範例 3

長度為ℓ，重量可忽略之水平細桿 AB，A 端固定於牆上，B 端則由與水平成 θ 角之細線 BC 支持著。重物w(大小不計)可沿桿任意移動，其與牆之距離為 x，如右圖，則：

(1)繩之張力 T，以 x 函數表示為＿＿＿＿＿。

(2)A 點之水平作用力為＿＿＿＿＿。

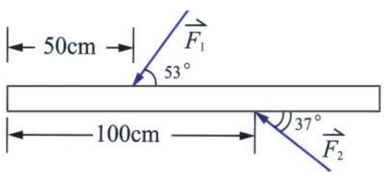
(3)A 點之垂直作用力為＿＿＿＿＿。



答案：(1)$\frac{wx}{\ell\sin\theta}$　(2)$\frac{wx}{\ell}\cot\theta$　(3)$\frac{\ell-x}{\ell}w$

範例 4

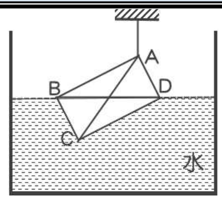
如右圖，F_1的量值為 300N，F_2的量值為 240N。若以一輕木棒的左端 O 點為轉軸，則此木棒所受的合力矩為＿＿＿＿$m\cdot N$，方向為＿＿＿＿。



答案：24，逆時針

範例 5

一均勻薄板為長方形，如右圖，今將長方形的一角以輕繩懸吊於天花板，而恰成平衡時，薄板之體積有一半露出水面，若此薄板質量為 240 克，則：



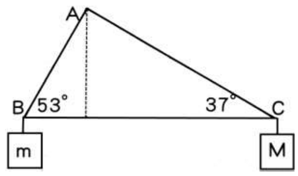
(1)繩上張力為＿＿＿＿＿gw。

(2)此薄板的密度為＿＿＿＿＿g／cm^3。

答案：(1)180　(2)2／3(0.67)

範例 6

如右圖，質量不計的直角三角形板 ABC 自 A 點懸起，而在 B、C 兩點各掛上質量 m、M 的物體後，$\overline{BC}$ 邊成水平靜止，則 m：M 的比值為何？

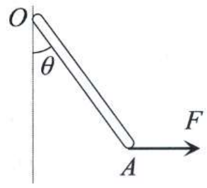


(A)$\frac{4}{3}$　(B)$\frac{3}{4}$　(C)$\sqrt{\frac{4}{3}}$　(D)$\frac{9}{16}$　(E)$\frac{16}{9}$。

答案：E

範例 7

如右圖，一均勻木棒 OA 可繞過 O 點的水平軸自由轉動。現在方向不變的水平力 F 作用於該棒的 A 點，使棒從鉛直位置緩慢轉到角 θ＜90° 的某一位置。設 M 為力 F 對轉軸的力矩，則在此過程中：

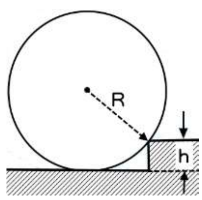


(A)M 不斷變小，F 不斷變小　(B)M 不斷變大，F 不斷變大　(C)M 不斷變大，F 不斷變小　(D)M 不斷變小，F 不斷變大　(E)M 維持不變，F 不斷變大。

答案：B

範例 8

如右圖，一重量為 w、半徑為 R 的球靠著高度為 h 的台階。現在要在此球上施力，使其滾上台階，請回答下列問題：



(1)需最小水平推力為＿＿＿＿＿。

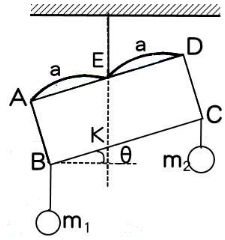
(2)需最小推力為＿＿＿＿＿。

(3)施通過圓心的最小水平推力為＿＿＿＿＿。

答案：(1)$\sqrt{\frac{h}{2R-h}}W$　(2)$\frac{\sqrt{(2R-h)}}{2R}W$　(3)$\frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}W$

範例 9

如圖，密度均勻的長方形板 ABCD 質量為 M，AD＝2a，CD＝2b，B、C 點分別以輕繩懸掛質量 m_1、m_2 的小球($m_1>m_2$)，整個系統以 AD 中點 E 懸起，若 BC 與水平線夾 θ 角，則



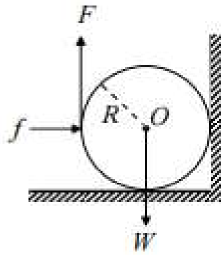
(A) $\overline{BK}=2a-b\tan\theta$　(B) $\overline{BK}=a-2b\tan\theta$　(C) $\tan\theta=\dfrac{a(m_1-m_2)}{b(M+2m_1+2m_2)}$

(D) $\tan\theta=\dfrac{b(m_2-m_1)}{a(M+2m_1+2m_2)}$　(E) $\tan\theta=\dfrac{b(m_1-m_2)}{a(M+m_1+m_2)}$。

答案：BC

範例10 (101 指考)

重量為 W 的均勻圓柱體，半徑為 R，中心軸通過重心 O，靜止置於一水平地板上，以一沿半徑通過 O 點的水平力 f 作用於圓柱體左側，使其右側緊靠著一鉛直的牆壁，並在 f 的作用點處施一向上之鉛直力 F，使圓柱體仍與地板接觸而且保持靜力平衡，如右圖。若地板與牆壁均非光滑，且所有力矩均以 O 點為參考點，則下列敘述哪些正確？(多選)

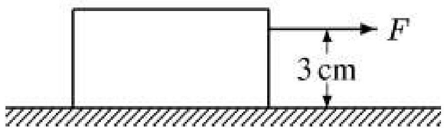


(A)作用於圓柱體的靜摩擦力，其總力矩的量值為 FR　(B)作用於圓柱體的靜摩擦力，其總力矩為零　(C)F 所產生的力矩量值為 FR　(D)W 所產生的力矩量值為 WR　(E)F 與 W 的量值一定相等。

答案：AC

範例11 (92 指考)

質量 2.0kg，長、寬、高為 5.0cm×5.0cm×4.0cm 的均勻木塊，置放在水平桌面上。在距桌面高 3cm 處，施一水平力 F 向右，已知 F＝5.0N 時方能拉動靜止的木塊，木塊拉動後，F＝2.0N 即可使之做等速滑動，則下列敘述哪些正確？(多選)



(A)木塊與桌面間之靜摩擦係數為 0.20　(B)木塊做等速度滑動時，作用於木塊的合力矩為零　(C)木塊做等速度滑動時，桌面施於木塊之正向力，對通過木塊質心(轉軸垂直於紙面)所施的力矩大小為 0.06N×m　(D)木塊被拉動後，若 F=5.0N，則木塊的加速度為 2.5m／s^2　(E)當木塊以 v＝1.0m／s 的等速率運動時，若改施以 F＝4.0N 的力，則在 2 秒鐘後，木塊速率變為 3.0m／s。

答案：BCE

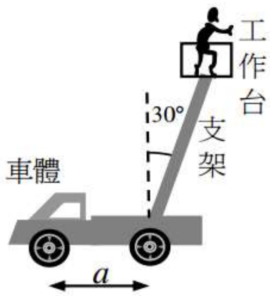
範例12 (104 指考)

若在慣性參考坐標系中觀察一物體的運動狀況，則下列敘述何者正確？
(A)當物體作等加速直線運動時，其所受合力必為 0　(B)當物體作等速圓周運動時，其所受合力必為 0　(C)當物體靜力平衡時，其所受合力與合力矩均為 0　(D)當物體所受合力與合力矩均為 0 時，物體必為靜止　(E)當物體作等速圓周運動時，不論是否以圓心為力矩的參考點，其所受合力矩恆 為 0。

答案：C

範例13 (99 指考)

如右圖為在水平面上的高架工作車示意圖，車體質量為 M(不含支架)，質心恰在前輪軸正上方，前後輪軸間距為 a。均質支架質量為 M／8，支架底端的支點恰在後輪軸正上方。支架頂端工作臺與人員總質量為 M／4，質心恰在支架頂端正上方。設工作時支架與鉛垂線的夾角為 30°，要使車體不至翻覆，支架長度最大可為多少？

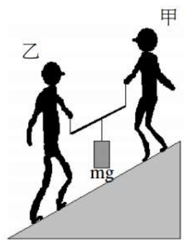


(A)8a　(B)$\frac{32a}{5}$　(C)$\frac{16a}{3}$　(D)$\frac{16a}{5}$　(E)$\frac{a}{8}$ 。

答案：B

範例14 (99 指考)

一重物以細繩固定於均勻木棒中心點，整個系統總重量為 mg。甲、乙兩人站在斜坡上，從木棒兩端鉛直向上提起重物而達靜力平衡，如右圖。甲、乙兩人的施力量值分別為 F $_{甲}$與 F $_{乙}$，則下列敘述何者正確？

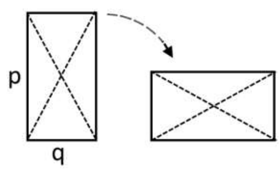


(A)$F_{甲}<F_{乙}$且$(F_{甲}+F_{乙})<mg$　(B)$F_{甲}<F_{乙}$且$(F_{甲}+F_{乙})=mg$
(C)$F_{甲}<F_{乙}$且$(F_{甲}+F_{乙})>mg$　(D)$F_{甲}=F_{乙}$且$(F_{甲}+F_{乙})=mg$
(E)$F_{甲}>F_{乙}$且$(F_{甲}+F_{乙})>mg$ 。

答案：D

範例15

將長 p、寬 q、質量為 m 的長方體如圖推倒，則所需最小施力為若干？



(A)$\frac{q}{2p}mg$　(B)$\frac{q}{p}mg$　(C)$\frac{q}{2\sqrt{p^2+q^2}}mg$　(D)$\frac{p}{2\sqrt{p^2+q^2}}mg$　(E)$\frac{p}{2q}mg$ 。

答案：C

類題　1-1_PART_2_力矩和轉動平衡

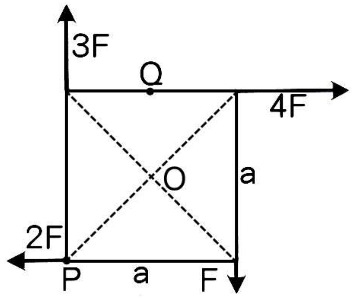
類1. 一木板受力作用的情形如右圖，請回答下列問題：

(1)木板所受的合力為________。

(2)作用力對 O 點的合力矩為________。

(3)作用力對 P 點的合力矩為________。

(4)作用力對 Q 點的合力矩為________。

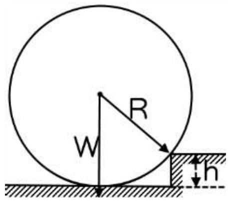


類2. 如右圖，一重量為 W、半徑為 R 的球靠著高度為 $h=\frac{1}{5}R$ 的台階，現在要在此球上施力使其滾上台階，則：

(1)需最小水平推力為__________。

(2)需最小推力為___________。

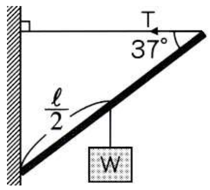
(3)施通過圓心的最小水平推力為_________。



類3. 如右圖為一平衡系統，假設棒重不計，棒長 ℓ，懸掛物體重量 w，則：

(1)圖中細繩的張力 T 的量值為__________。

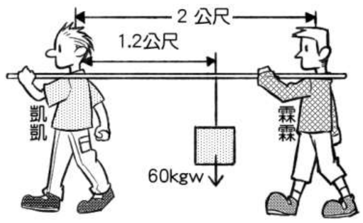
(2)牆壁作用於棒的作用力為__________。



類4. 如右圖，凱凱、霖霖兩人共同以一根質地均勻，質量 5kgw 的鐵棒，合抬 60kgw 的物體，兩人肩膀相距 2 公尺，物體距離凱凱的肩膀 1.2 公尺處，則：

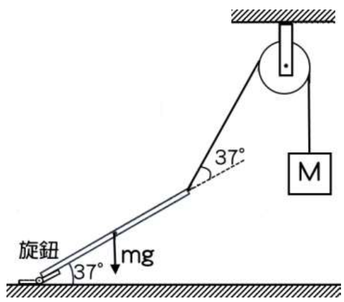
(1)凱凱需施力_________kgw。

(2)霖霖需施力_________kgw。

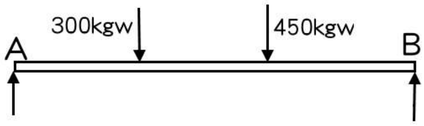


類5. 如右圖，質量 m 的均勻木棒左端銜接固定於水平地面的旋鈕上，右端以細線繞過定滑輪，懸掛質量為 M 的物體。當木棒與物體都維持靜止不動時，棒子與水平地面的夾角以及細線與木棒的夾角皆為 37°。忽略滑輪的摩擦及細線的質量，且當地的重力加速度量值為 g。則 M＝？

(A)$\frac{1}{2}m$　(B)$\frac{1}{3}m$　(C)$\frac{2}{3}m$　(D)$\frac{4}{3}m$　(E)$\frac{3}{4}m$　。



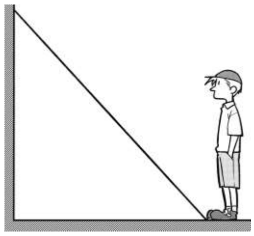
類6. 一橫樑其本身重量可以忽略不計，長度為 L，支持於 A、B 兩端，如右圖。距 A、B 兩端 L／3 處各置一 300kgw 及 450kgw 的物體，則：



(1)A 端的支持力量值為__________。

(2)B 端的支持力量值為_________。

類7. 如右圖，梯子(重量忽略不計)斜靠在光滑牆上，今有一重 W 之人由地面沿梯子向上爬，若在上爬過程中，梯子並未滑動，而牆壁和梯子之作用力為 F_1，地面作用於梯子的正向力為 F_2，摩擦力為 F_3，則上爬過程中，F_1、F_2 及 F_3 之變化為何？(多選)



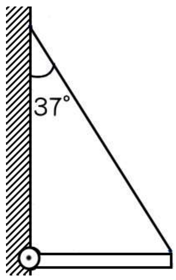
(A)F_1 由大變小　(B)F_1 由小變大　(C)F_2 由大變小

(D)F_2 由小變大　(E)F_3 由小變大。

類8. 如右圖，小明站在長板凳上，凳腳置於兩塊易碎的玻璃板上。已知小明重量 450 牛頓，板凳重量 150 牛頓(重心位於正中央)、長 1.2 公尺，左、右兩邊玻璃磚所能承受最大的作用力分別是 300 牛頓、450 牛頓。則人筆直站立時，僅能於靠近板凳左端多少公尺處？(多選)

(A)0.3　(B)0.5　(C)0.6　(D)0.8　(E)1.0　　公尺。

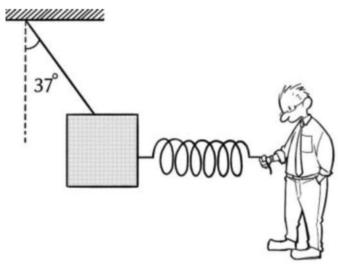
類9. 如右圖，一均勻木棒重量為 10kgw，一端固定在牆面上可自由轉動的轉軸上，木棒末端繫上一細繩，連接到牆壁上，與牆面夾角為 37°。則：



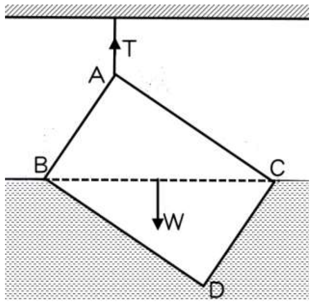
(1)細繩的張力為___________kgw。

(2)牆壁給木棒的作用力為__________kgw。

類10. 右圖中，將 60 公斤重的物體用細繩懸於天花板上，物體一側與彈力常數為 4000 N／m 的彈簧相連，彈簧質量忽略不計，施一水平外力於彈簧上，使繩與鉛直線夾 37°角，則彈簧的伸長量為_________公分。(請特別注意單位)



類11. 長方形均勻薄板 ABCD，重 600gw，以輕繩繫於 A 點懸起，使之沉入水中且對角線與水面一致後呈平衡狀態，請回答下列問題：



(1)繩子所受的張力(T)為

(A)150 (B)200 (C)300 (D)400 (E)450 gw。

(2)木塊所受的浮力(gw)為

(A)150 (B)200 (C)300 (D)400 (E)450 gw。

(3)木塊的密度為

(A)$\frac{1}{3}$ (B)$\frac{2}{3}$ (C)$\frac{1}{2}$ (D)$\frac{1}{4}$ (E)$\frac{3}{4}$ 。

類12. 一不均勻木棒 AB，以彈簧秤秤其重量，當 A 端著地而吊起 B 端時，稱得重量為 W_1，當 B 端著地而吊起 A 端時，秤得重量為 W_2，則此木棒得真正重量為

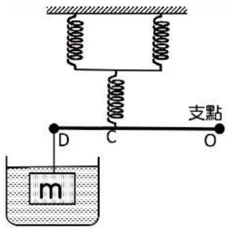
(A)$\frac{w_1+w_2}{2}$ (B)w_1+w_2 (C)$2(w_1+w_2)$ (D)$\sqrt{w_1\cdot w_2}$ (E)$\frac{w_1w_2}{w_1+w_2}$ 。

類13. 將粗細均勻之木棒放在水平桌面上，將一端懸掛質量 3kg 物體後伸出桌面，最長可伸出全長的 1／5。今若只伸出全長的 1／10 時，則在端點處最多可懸掛質量若干 kg 的物體？

(A)2 (B)4 (C)6 (D)8 (E)10 kg。

類14. 三條完全相同彈簧，每一條彈力常數 k＝60gw／cm，連接如右圖，恰成水平平衡，已知 DO＝24cm，CD＝8cm，物體的質量為 300g， 密度 2.5 g／cm^3，浸入密度為 0.5g／cm^3 的液體中，則此彈簧組共伸長若干？

(A)3cm (B)4cm (C)6cm (D)8cm (E)9cm。



類15. 如右圖為木匠用的直角矩，AB 部分長度為 2a，質量為 m_1，BC 部分長部為 2b，質量為 m_2。今將 A 端自由懸起，若 AB 與鉛直線之夾角為 θ，則 $\tan\theta$ ＝________ 。